Přiblížení základních principů kvantové fyziky bez použití matematiky II

Zdeňka Koupilová

Univerzita Karlova, Matematicko-fyzikální fakulta, Katedra didaktiky fyziky, V Holešovičkách 2, 180 00 Praha 8; zdenka.koupilova@matfyz.cuni.cz

Tento článek navazuje na první část, ve které jsem se zabývala zejména tím, že v mikrosvětě se objekty chovají zcela jinak, než na co jsme zvyklí z našeho běžného života. Tuto jinakost, kterou popisuje kvantová fyzika, může být těžké přijmout a také je obtížné se o ní bavit, protože nám chybí nejenom vhodná slova, ale i konkrétnější představy. V této části se zaměřím na další vybrané příklady tohoto nezvyklého chování a jeho důsledky, jako je princip superpozice, problematika měření a pravděpodobnostní charakter jeho výsledků, kvantové provázání (*entanglement*), a také na to, jakou informaci můžeme o kvantové částici získat.

Ve výuce či popularizaci kvantové fyziky se často používají různé „historické poznámky," které jsou tak brutální zkratkou skutečné reality, až to hraničí spíše s pohádkou či smyšlenkou. Své posluchače na to ale obvykle důrazně upozorňuji. R. Feynman [1] mluví o *„ustálených mýtech, které fyzikové předávají svým studentům a ti zase svým studentům. Tento mýtus nemusí přesně odpovídat reálnému historickému vývoji…"*. Jeden z těch dobře fungujících ve výuce shrnuje, jak se myšlenky kvantového popisu světa prosazovaly mezi fyziky.

K rozvoji základů kvantové fyziky docházelo ve dvacátých a třicátých letech minulého století. V našem příběhu hrají hlavní roli zejména mladší fyzikové, jejichž zástupci jsou např. L. de Broglie, E. Schrödinger, W. Heisenberg a další, kteří kvantovou teorii rozvíjeli a vlastně s těmi zcela nezvyklými myšlenkami postupně přicházeli. Na pomyslné druhé straně fyzikálního kolbiště stojí v té době velmi dobře etablovaní fyzikové, jejichž zástupcem je v našem povídání A. Einstein, kteří se k této nově vytvářené teorii stavěli poměrně skepticky. Netvrdili, že by byla celkově špatně, ale spíše že ještě není řádně dokončená a že uvedené bizarnosti s pravděpodobnostním charakterem měření v čele jsou jen důsledkem toho, že ještě dost nerozumíme všem jejím částem. Dalo by se říci, že se notně bránili přijmout tehdy zcela revoluční pohled na svět, protože se jim zdál příliš bizarní. Nebyl v souladu s jejich filozofickým pohledem na fungování přírody a způsobu, jakým ho popisujeme. Věřte, že studenty potěší, pokud v situacích, kdy nevědí, jak mají probíranou látku uchopit, zareagujeme slovy, že nemají propadat malomyslnosti či pociťovat nízké sebevědomí, protože jsou na tom zatím stejně jako Albert Einstein. Ale ať vytrvají, že se budeme postupně seznamovat „s celým obrázkem", který nám o mikrosvětě kvantová fyzika předkládá, a že věříte, že si v tom časem logičnost a návaznosti najdou, i když jsme stále jen „jako ti nevidomí, co diskutují o jemných aspektech barvy".

After you learn quantum mechanics
you're never really the same again.
Poté, co se člověk naučí kvantovou mechaniku,
už nikdy není úplně stejný.
Steven Weinberg

Superpozice stavů a kvantová měření

Teď si zkusme přiblížit něco, co je opravdu velmi vzdálené naší zkušenosti. Pravidlu se říká *princip superpozice* a známe ho i z jiných oblastí fyziky. V kvantové fyzice se dá tím nejjednodušším způsobem vyjádřit asi takto: Pokud částice může být v nějakých stavech, tak se může nacházet i v jejich libovolných kombinacích. Takovému kombinovanému stavu říkáme *superponovaný stav* nebo jen zkráceně *superpozice*. Popis systému v superponovaném stavu (ať už matematický, nebo bez použití matematiky) musí obsahovat informaci, z jakých stavů se superpozice skládá a jak každý stav „přispívá" k celku.

Zkusme si to představit v našem světě – pokud mám doma někde brýle, tak vím, že s velkou pravděpodobností jsou někde na mém pracovním stole, s trochu menší pravděpodobností jsem je ponechala v koupelně, a ještě zůstává malá možnost, že jsem je nechala v kuchyni na poličce. Takže z mého pohledu bych si mohla představit, že jsou vlastně na všech třech místech zároveň a zůstanou v takovém kombinovaném stavu, dokud je nezačnu hledat a nenajdu.

Na nesmyslnost principu superpozice v našem běžném světě se pokusil v roce 1935 poukázat Erwin Schrödinger svým slavným myšlenkovým experimentem s kočkou. Představme si kočku v neprůhledné krabici společně s přístrojem, který vypustí jedovatý plyn ve chvíli, kdy se v něm rozpadne nestabilní (radioaktivní) atom. Protože radioaktivní rozpad je zcela náhodný proces, po čase rovném poločasu rozpadu daného izotopu je stejná pravděpodobnost, že se atom již rozpadl, jako že se ještě nerozpadl, a tedy i kočka je se stejnou pravděpodobností živá i mrtvá. Podle principů superpozice je tedy kočka alespoň do doby, než otevřeme krabici, zároveň ve stavu „živá“ i „mrtvá“. Ale ve chvíli, kdy krabici otevřeme, tak zjistíme, že je právě v jednom z těchto stavů.

Problém je, že oba výše uvedené příklady jsou jenom velmi hrubé analogie. Mohu se domluvit se sourozencem, že vždy a za všech okolností bude moje brýle sledovat. On zjistí, že se brýle nacházejí vždy na jednom místě. A na jejich chování nic nezmění ani to, že je pozoruje on, ani to, když mi bude polohu brýlí neustále hlásit. Stejně tak mohu ke kočce do krabice zavřít kamaráda (nejlépe s plynovou maskou na obličeji), který mi řekne, kdy přesně došlo k úmrtí kočky, pokud se tak stalo. Případně mne o tom bude neustále informovat třeba telefonem. A pokud budu toto dělat opakovaně, tak zjistím, že v obou případech je jedno, zda poloha brýlí či stav kočky byl průběžně měřen, či nikoli (a je jedno, zda mi to bylo hlášeno, či ne). Měření stav brýlí ani kočky (či toho atomu, co způsobí její smrt) v klasické fyzice nijak neovlivňuje.

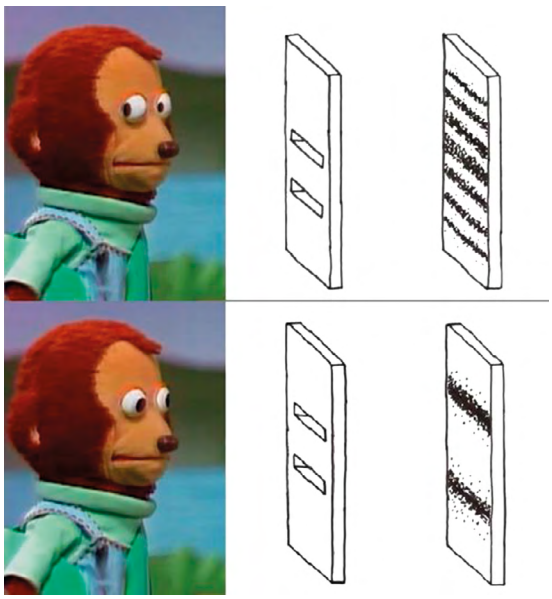
Superposition has no classical interpretation. They are sui generis, an intrinsically quantum-mechanical construct...

Superpozici nelze klasicky vysvětlit. Je něčím zcela jedinečným – jde o kvantověmechanický jev, vyvěrající z její samotné podstaty.

N. David Mermin

V klasické fyzice předpokládáme, resp. zkušenost z našeho běžného světa nám říká, že tím, že se o systému pokusíme něco zjistit (tj. změříme nějakou fyzikální veličinu), nezpůsobíme žádnou změnu. Přesněji řečeno, lze realizovat takové měření, které měřenou věc ani její stav neovlivní. Např. pokud změřím délku stolu, tak se v důsledku toho stůl nezmenší ani nezvětší, zvážení jablka také jeho hmotnost nezmění.

V kvantovém světě však měření (= zjišťování stavu) znamená značný zásah do systému. Ve spojitosti se superponovanými stavy mluvíme o tzv. *redukci stavu*. To znamená, že v okamžiku měření musíme „zahodit“ původní popis stavu (tj. to, že je superponovaný – z jakých stavů se skládá a jak moc každý stav „přispívá“ k celku) a od okamžiku měření uvažovat systém v takovém stavu, ve kterém má měřená veličina jen jednu možnou hodnotu, a to tu, kterou jsme naměřili. Na příkladu s brýlemi by to znamenalo, že dokud nevím, kde přesně jsou, tak uvažuji ten kombinovaný stav, ale jakmile je najdu v koupelně, tak od toho okamžiku dál už uvažuji pouze brýle v koupelně. Redukce stavu je vlastně způsob, jak do pravidel, jimiž se snažíme kvantové chování popisovat, zahrnout skutečnost, že měřením ovlivňujeme stav systému.



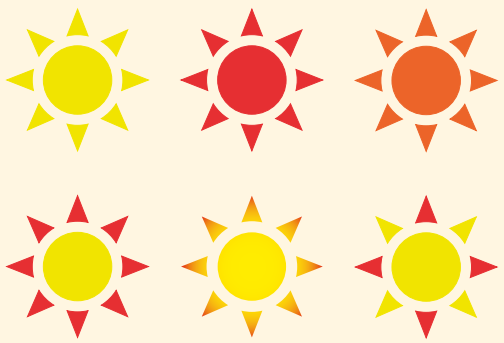
What we observe is not nature itself, but nature exposed to our method of questioning.

Musíme si uvědomit, že to, co pozorujeme, není příroda sama, ale příroda vystavená naší metodě dotazování.

Werner Heisenberg

Terminologická poznámka: Možná častěji se pro výše popsanou redukci stavu používá alternativní termín kolaps stavu, resp. *kolaps vlnové funkce*. Protože jsem však opakovaně zjistila, že slovo kolaps v hlavách některých studentů vytvoří předpoklad, že po měření již stav není popsán vlnovou funkcí (ta přeci zkolabovala), začala jsem používat termín *redukce stavu*. Navíc lze redukci stavu popsat i tak, že vezmu popis stavu před měřením a napíšu ho jako součet (superpozici) členů, kdy každý odpovídá čistému stavu pro jednotlivé naměřitelné hodnoty. Redukce stavu jako matematický obraz měření znamená, že „vyškrtnu“ všechny členy, které odpovídají hodnotám, které jsem nenaměřila, tj. nechám si jen ty členy, které odpovídají naměřené hodnotě. Původně superponovaný stav se mi zredukuje na stav čistý (vlastní).

Představme si barvu, kterou namícháme z poloviny ze žlutého a z poloviny z červeného barevného pigmentu. Pomocí razítkovací metody touto barvou vytvoříme sluníčko. Předpokládejme, že se barva chová podle pravidel kvantového světa a razítkování odpovídá měření (barva celého razítka musí být stejná). Pro razítkování použijeme popsanou barvu, která představuje superpozici žluté a červené barvy. Jaké sluníčko můžeme získat? Nějaké možnosti jsou



na obrázku, vyřaďte chybné a přikreslete další možnosti, pokud existují. [1]

Ilustrovat princip superpozice lze i pomocí některých optických klamů. [2] Když se podíváte na obrázek vlevo, tak vidíte buď žlutou vázu, nebo dva černé obličeje (ale nikdy obojí). Samotný obrázek tyto dvě věci nějak kombinuje. Podobně obrázek vpravo je kombinací zajíce a kachny.



Možná si vzpomenete, jak v roce 2015 obletěla svět fotografie šatů [3], nad kterou se lidé dohadovali, zda jsou bílo-zlaté, či modro-černé. Toto by mohl být také příklad takového superponovaného stavu, přesto na rozdíl od výše zmíněných optických klamů minimálně v jednom aspektu funguje mnohem hůře. Pokud provedeme měření na superponovaném stavu, měl by výsledek být dán náhodně. U optických klamů jsem schopná se na ně podívat a někdy vidět ten a jindy onen obrázek. Barva šatů ale fungovala tak, že část lidí je vždy viděla modré a část lidí vždy zlaté, tj. výsledek „měření“ závisel na pozorovateli.



Některé úkoly a příklady v tomto rámečku vznikly na základě úloh uvedených v [4].

V první části jsme se věnovali tomu, že běžná řeč není moc vhodná pro popisování objektů podléhajících zákonům kvantové fyziky, protože nemáme vhodná slova pro jejich zcela nové (nezvyklé) chování. K tomu se váže jeden z velmi zajímavých dotazů, který mi položil při diskusi o principu superpozice student střední školy. Protože se jednalo o kroužek zaměřený na kvantové technologie, popisovali jsme vše „v řeči“ qubitů, kde jsou dva možné stavy označeny jeden jako $|0\rangle$ („nula“) a druhý jako $|1\rangle$ („jednička“). Otázku však lze přeformulovat pro spin elektronů se dvěma možnými průměty do osy z (kladný a záporný) či pro jakékoli další systémy i superpozici více než dvou čistých (vlastních) stavů. Otázka zněla: Znamená princip superpozice, že stav systému je

- nula nebo jednička (a my nevíme, co z toho), nebo
- nula i jedna zároveň, nebo
- nějaká směsice nuly a jedničky, nebo
- něco mezi nulou a jedničkou?

Jak byste na takovou otázku zareagovali?

Vhodný materiál pro vysvětlení konceptu principu superpozice a kvantového měření může být i Shrödignrovo biztro [5]. Při příchodu vidíme, že je podle světelného panelu nade dveřmi v superpozici stavů otevřené i zavřené. Ale jakmile příchozí pánové vezmou za kliku (= provedou měření), pak buď a) zjistí, že jsou dveře zamčené, a je tedy zavřeno, nebo b) vejdou dovnitř, a bistro má tedy otevřeno. Došlo tedy k redukci superponovaného stavu na stav s ostrou hodnotou (čistý stav, vlastní stav). Pokud by to mělo být „dokonalé,“ pak by se v okamžiku, kdy vezmou za kliku, nápis nade dveřmi rozsvítil celý.



Zde je také prostor pro úvahy, že výsledek měření znají pouze „ti, co vzali za kliku“. Tedy že zajímavou cestou, jak si v hlavě porovnat (interpretovat) podivné chování kvantových objektů, může být zaměření na to, kdo, co a kdy vlastně ví. Nenarážím tím jenom na relační interpretaci (pro začátečníky přístupným způsobem popsána v Rovelliho knize Helgoland [6]), ale hlavně na správnou interpretaci měření na propletených stavech, které budu diskutovat později.

1 Pokud se otisknutí razítka má chovat jako kvantové měření, tak i když je na razítku „směs“ (superpozice) obou barev, na papír se otiskne vždy buď jen žlutá, nebo jen červená barva. Oranžová či nějaké přechodové barvy nejsou přípustné. Pokud máme razítko ve tvaru celého sluníčka, pak jsou možné jen dva výsledky – žluté a červené sluníčko. Pokud bychom sluníčko vytvářeli pomocí kruhového a trojúhelníkovitého razítka, které vždy použijeme nezávisle, tak každá část sluníčka může být nezávisle na ostatních buď žlutá, nebo červená.

Na co má smysl se ptát?

Přijmout uvedené myšlenky může být jednodušší, pokud si rozebereme, na jaké otázky má smysl se ptát a očekávat, že dostaneme odpověď. V klasické fyzice se ptáme, kde se kulička/brýle nacházejí a očekáváme stejnou odpověď, ať už polohu zjišťujeme, či nikoli, protože zjišťování nijak neovlivní skutečnost. Naproti tomu kvantová fyzika odpovídá pouze na otázky typu „co naměřím, když budu měřit“, tj. např. „kde částici najdu, když ji budu hledat“, ale vůbec nedává odpověď na otázku, „kde částice je, když ji zrovna neměřím“, případně „jak se chová“.

Když se ovšem nad tím zamyslíme, tak to není zase tak velký nedostatek. Pokud nebudeme měřit, stejně nemůžeme výsledky teorie nijak ověřit, takže je nám informace daná teorií takříkajíc k ničemu. Naopak, pokud výsledek teorie chceme ověřit, měřit musíme, ale tím, jak již víme, nutně zasáhneme do systému. Jinými slovy, **kvantová fyzika popisuje jen to, co můžeme o světě naměřit, nikoli to, jaký je**. Právě tento rys kvantové fyziky velmi vadil některým fyzikům (např. Albertu Einsteinovi).

If we want to describe what happens in an atomic event, we have to realize that the word "happens" can only apply to the observation, not to the state of affairs between two observations.

Chceme-li popsat, co se odehrává na atomární úrovni, musíme si uvědomit, že slovo „odehrává se“ můžeme vztáhnout jen na pozorování, nikoli na to, co se děje mezi dvěma pozorováními.

Werner Heisenberg

Dvojštěrbina s detektorem průchodu

Vraťme se ke dvojštěrbinovému experimentu, pomocí nějž jsme si popsali duální chování elektronů v předchozím článku. V tomto experimentu posíláme elektrony přes dvojštěrbinu. Na stínítko sice dopadají jednotlivé elektrony na konkrétní místa (tj. jako hmotné body), ale celkový obrazec vytvořený dopadem mnoha elektronů odpovídá interferenčním proužkům, které na stínítku vytvoří vlnění. I následující úvahy můžeme studentům zobrazovat pomocí apletu [7], zmíněného již v první části. Zaměřme se teď na to, co by se stalo, pokud bychom se pokusili zjistit, kterou štěrbinou daný elektron prochází. Musíme použít nějakou sondu, inspirováni [8] pošleme foton, který se od elektronu „odrazí“, a my uvidíme drobný záblesk u první nebo druhé štěrbiny. Foton ale má energii i hybnost. Pokud se má od elektronu „odrazit“, abychom díky tomu zjistili polohu elektronu, pak nutně musí foton do elektronu „šťouchnout“, čímž změní jeho pohyb. Pokud však takový detektor použijeme (a budeme tedy u každého elektronu vědět, kterou štěrbinou letěl), zjistíme, že tyto elektrony na stínítku nevytvoří interferenční obrazec, ale dvě stopy odpovídající průchodu hmotných bodů dvojštěrbinou. A příčinou je právě to, že naše měření polohy elektronu (zjištění, kterou štěrbinou letí) ovlivnilo jeho pohyb.

Zkusíme tedy použít méně energetické fotony, abychom zmírnili jejich vliv na pohyb elektronu. Jenže zde narazíme na jiný problém. Vlnová délka fotonu je nepřímo úměrná jeho energii a hybnosti, tzn. že zmenšováním energie fotonu zvyšujeme jeho vlnovou délku a tím snižujeme přesnost měření polohy, která je vlnové délce úměrná. Pokud se totiž chceme dozvědět o přítomnosti nebo poloze nějakého objektu pomocí vlnění, pak tento objekt musí mít rozměry alespoň srovnatelné s vlnovou délkou použité vlny. Při výkladu lze použít zjednodušený příměr s velkým jezerem za mlhavého větrného rána. Pokud vane stálý vítr, vytváří pravidelné vlny, které přicházejí k břehu, na kterém stojíme. Pokud by kousek od břehu byla nějaká skalka či větší kámen, poznáme to na vlnách, protože již nebudou krásně pravidelné, ale ta skalka je „rozbije“. A dokonce analýzou těch vln bychom se mohli dozvědět poměrně hodně o velikosti a tvaru oné skály. Na druhé straně, pokud by byl ve vodě zabodnutý tenký klacek nebo na hladině bylo smítko či malá gumová kačenka, tak to vlny nijak neovlivní a o přítomnosti klacku či malé kačenky se nedozvíme. Na omezení stejným principem narážejí např. i optické mikroskopy.

Z toho však plyne, že čím méně chceme ovlivnit pohyb elektronu, tím nepřesněji zjistíme jeho polohu. Ve chvíli, kdy nepřesnost měření polohy přesáhne vzdálenost štěrbin (takže si nejprve u některých elektronů a po dalším snížení energie fotonu u všech elektronů nemůžeme být jisti, kterou štěrbinou letěly), se na stínítku opět začne objevovat interferenční obrazec.

Relace neurčitosti

Z předchozího příkladu plynou dvě poučení. Jedno z nich je, že nelze zjistit polohu elektronu, aniž bychom do něho „šťouchli“, tj. ovlivnili jeho stav. Dalo by se říci, že ke každému měření potřebujeme nějakou „sondu“. Ale protože měříme objekty mikrosvěta – nejmenší objekty, které známe –, mohlo by nás napadnout, že naše problémy s měřením souvisejí s tím, že nemáme žádnou dostatečně malou či jemnou sondu, která by nám umožnila provést měření a stav systému přitom nijak neovlivnit. Ve skutečnosti je však princip změny stavu při měření jedním ze základních zákonů kvantové fyziky (tak jak je v současnosti vystavěna) a nejde o důsledek našeho nedostatečného poznání či technologického pokroku.

Druhé pozorování, které můžeme z příkladu o zjišťování polohy elektronu vysledovat, je jakési propojení mezi tím, jak přesně změříme polohu, a tím, jak moc změníme pohyb. Čím lépe se dozvíme polohu, tím energetičtější fotony k tomu musíme použít a tím více si „poškodíme“ informaci o „hybnosti“. Na druhou stranu si můžeme představit, že známe přesně hybnost elektronu, třeba tak, že ho necháme projít soustavou za sebou umístěných štěrbin, která nám zajistí, že hybnost ve směru kolmém na pohyb je s velkou přesností nulová. Pokud necháme na stínítko dopadnout hodně elektronů, tak díky ohybovým jevům dostaneme na stínítku poměrně velkou stopu, takže znalost polohy elektronu je naopak poměrně nepřesná. To, že můžeme znát přesně jen polohu nebo jenom hybnost nebo obě s určitou mírou nepřesnosti, nás vede k nemožnosti představovat si pohyb částice po nějaké trajektorii. Zde narazí dříve zmíněná představa, že by se elektrony v atomovém obalu chaoticky pohybovaly třeba jako mouchy.

Takových dvojic fyzikálních veličin, které nemohou mít současně přesně danou hodnotu, je více. Tomuto zákonu říkáme *relace neurčitosti* a konkrétně

» Nelze zjistit polohu elektronu, aniž bychom do něho „šťouchli“. «

» ... o konkrétním výsledku měření se rozhoduje opravdu až v okamžiku měření... «

pro polohu a hybnost jde o tzv. Heisenbergovu relaci neurčitosti.

Kvantování a pravděpodobnost

Měření také ukázalo, že často nemůžeme naměřit úplně libovolnou hodnotu, ale jenom některé, tzv. povolené hodnoty. Daná veličina je tzv. kvantovaná. Už jsme se s tím potkali při popisu vyzařování a pohlcování elektromagnetického záření (světla) – látka nemůže vyzářit či pohltit záření o dané vlnové délce s jakoukoli energií, ale musí se jednat o celočíselný násobek základního množství, tzv. *kvanta*. Elektrony v atomech také nemají libovolnou energii, ale jednu z povolených energií, kterými vysvětlujeme diskrétní spektra atomů. Zde ovšem nejde o násobky nějakého základního množství, ale prostě o sadu povolených hodnot, což je mnohem častější. Abychom předešli mylnému předpokladu, že vše v mikrosvětě musí být kvantováno, poznamenejme, že na druhou stranu jsou případy, kdy nějaká konkrétní veličina kvantována není a můžeme u ní naměřit libovolnou hodnotu (případně libovolnou hodnotu z nějakého intervalu) – příkladem je energie nebo hybnost elektronu, který není vázán v atomu či molekule (je volný).

Další opravdu nezvyklá vlastnost kvantového světa se obvykle označuje jako *pravděpodobnostní charakter*. Když se pokusím změřit nějakou konkrétní veličinu, třeba energii, tak vím, že obecně mohu naměřit některou z povolených hodnot. To nezvyklé je, že v obecném superponovaném stavu nemohu předem určit, kterou z těchto hodnot naměřím – mohu určit pouze pravděpodobnost naměření každé hodnoty. A o konkrétním výsledku měření se rozhoduje opravdu až v okamžiku měření – není dán nějakým nám skrytým či zatím neznámým parametrem, ani nejde o projev naší nepřesné znalosti stavu systému.

Náhodné, či deterministické?

Předchozí odstavec popisoval pravděpodobnostní, tedy nedeterministický charakter měření v kvantovém světě. Ale ne všechno je zde náhodné. Pokud necháme systém vyvíjet v čase, aniž bychom do něj zasahovali např. měřením, můžeme vývoj stavu systému v čase jednoznačně předem spočítat pomocí Schrödingerovy rovnice. Ta popisuje systém, ve kterém se neuplatňují efekty speciální teorie relativity, a odvodil ji v roce 1926 již zmíněný Erwin Schrödinger. Pokud chceme uvažovat i relativistické efekty, pak musíme pro elektrony použít tzv. Diracovu rovnici, kterou v roce 1931 odvodil Paul Dirac. Propojení kvantové fyziky a speciální teorie relativity není obtížné a opravdu bylo odvozeno krátce po zrodu nerelativistických rovnic. Propojit kvantový popis a obecnou teorii relativity se stále nepodařilo a zdá se, že je to natolik obtížné, že to bude ještě nějaký čas trvat.

Vraťme se ještě k pravděpodobnostnímu charakteru měření a redukci stavu po měření. Pokud tedy neměřím, systém se vyvíjí v souladu s danými rovnicemi – předvídatelně. Pokud provedu měření, pak změním stav systému – dojde k redukci stavu. Zde už výsledek nemohu předem určit – je dán náhodně v okamžiku měření. Mohu pouze „vyjmenovat“ možné výsledky a u každého říct, s jakou pravděpodobností nastane, ale nemohu určit, který nastane v daném konkrétním měření. Po měření se nový stav bude opět vyvíjet v čase v souladu s rovnicemi, tj. deterministicky. Kvantové měření je spolu s druhým termodynamickým zákonem místo, kdy se studenti potkávají s tím, že se nějaký děj nedá obrátit v čase.

Nerozlišitelnost částic

Další pravidlo, u kterého se na první pohled zdá, že nepřinese nic tak nečekaného, je *princip nerozlišitelnosti částic*. Podstatné je, že částice stejného druhu jsou nerozlišitelné opravdu principálně, tj. že nejsou „jenom“ stejné, se stejnými vlastnostmi, ale že nemám žádnou možnost, jak je od sebe odlišit. Například pokud pošlu dva elektrony a pozoruji, jak budou interagovat s nějakou látkou (nějakými atomy), a zjistím, že mi z experimentu opět vylétly dva elektrony, nemám jak poznat, který byl který. Dokonce ani to, zda třeba jeden nebo oba elektrony nebyly zachyceny a ven vylétly úplně jiné elektrony. Aby nerozlišitelnost fungovala, pak musí být i matematický popis stavu systému se dvěma částicemi takový, že když tyto dvě částice „mezi sebou prohodím“, tak se nic „významného“ nestane.

Podstatná je ona principiální nerozlišitelnost – opět bychom si mohli udělat příměr, třeba se skleněnými kuličkami – mohu vybrat několik takových, které budou natolik stejné, že je pohledem od sebe opravdu neodliším. Ale mám možnost si na ně udělat např. malou značku fixem a hned vím, která je která. V klasické fyzice tu „značku“ mohu udělat tak, že žádným podstatným způsobem neovlivním vlastnosti a chování kuliček či toho, co sleduji. V mikrosvětě to je jiné. Z čeho mohu udělat značku? Tečka fixou, to je minimálně několik molekul příslušného barviva. Když se je pokusím „přidělat“ na elektron, tak ho tím zatížím natolik, že už půjde o něco úplně jiného. A když si to rozmyslím, tak nemám nic o „několik řádů jemnějšího“, abych to mohla použít pro značkování. Tento příměr mohu použít, abychom se nějak sžili s nerozlišitelností. Na druhou stranu je velmi nebezpečný, protože otevírá možnost, že až někdy v budoucnu pokročíme ve zkoumání mikrosvěta, můžeme objevit ještě něco významně „menšího“, co zatím neznáme, a to by se ke značkování použít dalo a částice se stanou rozlišitelné podobně jako skleněné kuličky. Tak tomu ale není. Z experimentů víme, že nerozlišitelnost je opravdu jedním za základních zákonů kvantového světa a nejedná se jen o nějaké „dočasné“ technické omezení dané stavem našeho poznání.

Pokud nemáme k dispozici možnost si částici označit, pak by nás mohlo napadnout ji „stopovat“. Představme si místnost, ve které poletuje několik much, a jednu z nich si vybereme. Pokud bychom místnost dostatečně často a z několika míst fotografovali, pak bychom pomocí těchto fotografií byli schopni zrekonstruovat pohyb naší mouchy. A i po určité době bychom věděli, která z nich to je. Pokud bychom něco podobného chtěli udělat s kvantovými částicemi, narazíme na problém – fotografování je vlastně měření polohy. A každé měření ovlivní stav částice, měření polohy ovlivní zejména její pohyb (viz relace neurčitostí zmíněné dříve). To však znamená, že se naše částice již nechová stejně, jako pokud bychom ji „nestopovali“. Jak bylo zmíněno v první článku, trajektorie částic nelze v rámci kvantové fyziky určit a nelze je tedy ani použít k jejich rozlišení.

Stav, který popisuje systém dvou nerozlišitelných částic, musí „stejným způsobem“ obsahovat obě možnosti – že se částice neprohodily i že se částice prohodily. Po pečlivějším rozboru bychom zjistili, že pokud zaměníme roli obou částic, v popisu stavu se to může projevit maximálně jako změna znaménka mezi oběma možnostmi. Pozorováním různých systémů jsme zjistili, že částice můžeme rozdělit na dvě skupiny – na ty, u kterých se při prohození dvou částic znaménko v popisu nemění a říkáme jim bosony, a na ty, u nichž prohození znamená změnu znaménka v jejich popisu a nazýváme je fermiony. Neznáme částice, které by si mohly vybrat a někdy ke změně znaménka v popisu jejich stavu došlo a někdy ne. Neexistence takových částic vyplývá i z řešení relativistických kvantových rovnic.

Zastavme se ještě u fermionů. Představme si, že máme dva fermiony, které jsou v úplně stejném stavu, a prohodíme je. Jsou to fermiony – to znamená, že popis jejich stavu změní znaménko. Na druhou stranu jsou v úplně stejném stavu a jsou nerozlišitelné, takže prohození vůbec nic nedělá (i kdyby byly rozlišitelné), popis by měl zůstat stejný. To vede ke sporu! Takže dva fermiony v jednom systému nemohou být ve stejném stavu, což je tzv. *Pauliho vylučovací princip*. Jeho důsledky jsou opravdu velké – pokud by neplatil, pak by všechny elektrony v atomech měly tu nejmenší možnou energii, tj. byly by v základním stavu, který je kulovitě symetrický, takže bychom přišli o různorodost atomů a také molekul, které atomy vytvářejí.

Grafická reprezentace dvoustavového systému

V průběhu textu obou článků je několikrát zmíněno, že místo běžného popisu využívajícího pokročilejší matematiku, lze na středoškolské úrovni využívat různá grafická znázornění. Grafické způsoby vyjádření ovšem nejsou jenom jakousi nutností, protože nelze použít matematiku. Vytvářejí a používají je i špičkoví vědci [9], protože mohou být přehlednější a poskytnout jiný pohled na řešenou problematiku. A najdeme i zkušenosti, že takto mohou být i pokročilejší partie kvantové teorie přístupné mladším zájemcům [10].

Grafickým znázorněním však nemyslíme jen to, že řešení složitějších rovnic přenecháme výpočetní technice, která nám vykreslí průběh nalezených funkcí. V této části je uveden příklad, jak lze popsat stav tzv. dvoustavového systému, pro který se obvykle používají dvoukomponentní vektory, graficky. Následuje příslušné grafické znázornění působení operátorů, které se obvykle reprezentuje maticemi. I když je následující text napsán trochu jako výklad, je velmi zhuštěn a může být trochu náročnější na pochopení. I žáci potřebují dostatek času si vše promyslet, řešit drobné úlohy, na kterých si vyzkouší, že probranému rozumí, ale na které zde již není prostor.

Dvoustavovým systémem s vhodnou vlastností (veličinou) může být např. spin elektronu, polarizace fotonu, energie částice v jámě se dvěma povolenými energiemi (či elektronu, který v atomu může být jen v základním či prvním excitovaném stavu) apod. Pro zavedení popisu to není podstatné, ale je dobré s nějakou konkrétní realizací žáky seznámit a pak se na ni odkazovat. Prvním krokem je označení obou čistých (vlastních) stavů tohoto systému. Protože středoškoláci žádné značení neznají, není třeba vymýšlet něco „zcela nového“, ale použít Diracovu notaci (obdobně jako [11]), běžnou v pokročilejších textech – nicméně s poznámkou, že pro nás to zatím budou nedělitelné symboly („obrázky“) označující konkrétní stav. Stav systému je tedy popsán „ketem“ ve tvaru „*svislítko, stručný popis či označení, o jaký stav jde, pravá špičatá závorka*“. Protože systém má dva stavy, jeden si označíme jako stav „nula“ a druhý jako stav „jedna“ (a je dobré zdůraznit, že je jedno, který je který, nebo zda zvolíme jiné značení). Mám pak tedy stav, který označuji jako $|0\rangle$, a stav s označením $|1\rangle$.

Princip superpozice nám říká, že tyto stavy mohu libovolně kombinovat, tzn. že existují všechny stavy, které mohu zapsat jako

$$|\text{existující stav}\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle, \qquad (1)$$

kde a, b jsou libovolná čísla. Dále použijeme pravděpodobnostní interpretaci měření, takže pravděpodobnost, že naměřím „nulu“, by měla být rovna $|a|^2$ a pravděpodobnost naměření „jedničky“ $|b|^2$. I když minimálně při prvních úvahách pracujeme jen s reálnými čísly, absolutní hodnoty při výpočtu pravděpodobnosti je vhodné psát hned od začátku. Pro reálná čísla to není chyba. A pokud se žáci dostanou ke složitějšímu popisu pomocí komplexních čísel, tak se nemusejí „doučovat“ je psát. Aby to byly opravdu pravděpodobnosti, musí platit

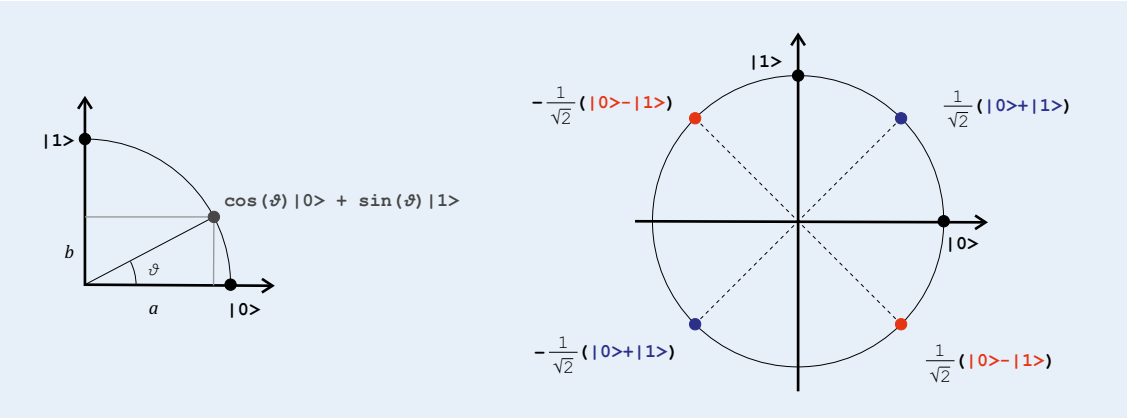
$$|a|^2 + |b|^2 = 1. \qquad (2)$$

Pokud tomu tak není, pak nám čísla $|a|^2$ a $|b|^2$ udávají poměr obou pravděpodobností. Odtud vedou v zásadě dvě cesty. „Fyzikální“ přístup (takto se k tomu staví učebnice určené fyzikům) směřuje k normování klidně až těsně před interpretací výsledků. Z toho plyne poznatek, že když popis stavu vynásobím nějakým číslem, tak je to pořád stejný stav (popis stavu je nejednoznačný). Na druhou stranu „inženýrský“ postoj používaný v textech o kvantových technologiích je takový, že čísla a a b nemohou být libovolná, ale musejí splňovat rovnost (2).

Vztah (2) celkem nápadně připomíná Pythagorovu větu pro trojúhelník s přeponou rovnou jedné. Toho se dá využít k tomu, že místo dvou koeficientů a a b použijeme pro udání stavu jen jedno číslo – úhel ϑ (viz obr. 1 vlevo). Díky tomu máme zaručenou i rovnost (2). Ale úhel ϑ nemusí být nutně ostrý, takže rozšířením na úhly od 0° až po 360° se dostaneme k tomu, že koeficienty v superpozici mohou být i záporné.

Význam se velmi dobře vysvětluje, pokud je jako fyzikální systém zvolena polarizace fotonu. V takovém případě můžeme například označit jako stav $|0\rangle$ vodorovnou lineární polarizaci fotonu a jako stav $|1\rangle$ svislou polarizaci. Jsou-li oba koeficienty a a b kladné (tj. úhel ϑ je ostrý), znamená to, že skládám vodorovné a svislé vlnění ve fázi. Výsledkem je opět lineárně polarizované vlnění. Pokud je úhel ϑ tupý, pak koeficient a je záporný a b kladný. Rozdílná znaménka znamenají, že obě vlnění jsou navzájem o půl periody posunuta. Výsledkem jejich složení je opět lineárně polarizované vlnění, ale rovina polarizace je v jiných směrech. Pokud bychom úhel ještě zvětšili (bude větší než přímý, tj. vypouklý), tak zjistíme, že dostaneme vlnění se stejnou rovinou polarizace, jako při úhlu $(\vartheta - \pi)$. Protilehlé body na kružnici (viz obr. 1 vpravo) tedy odpovídají stejnému vlnění, tj. stejnému stavu polarizace

» Grafické způsoby vyjádření ... používají i špičkoví vědci, protože mohou být přehlednější... «



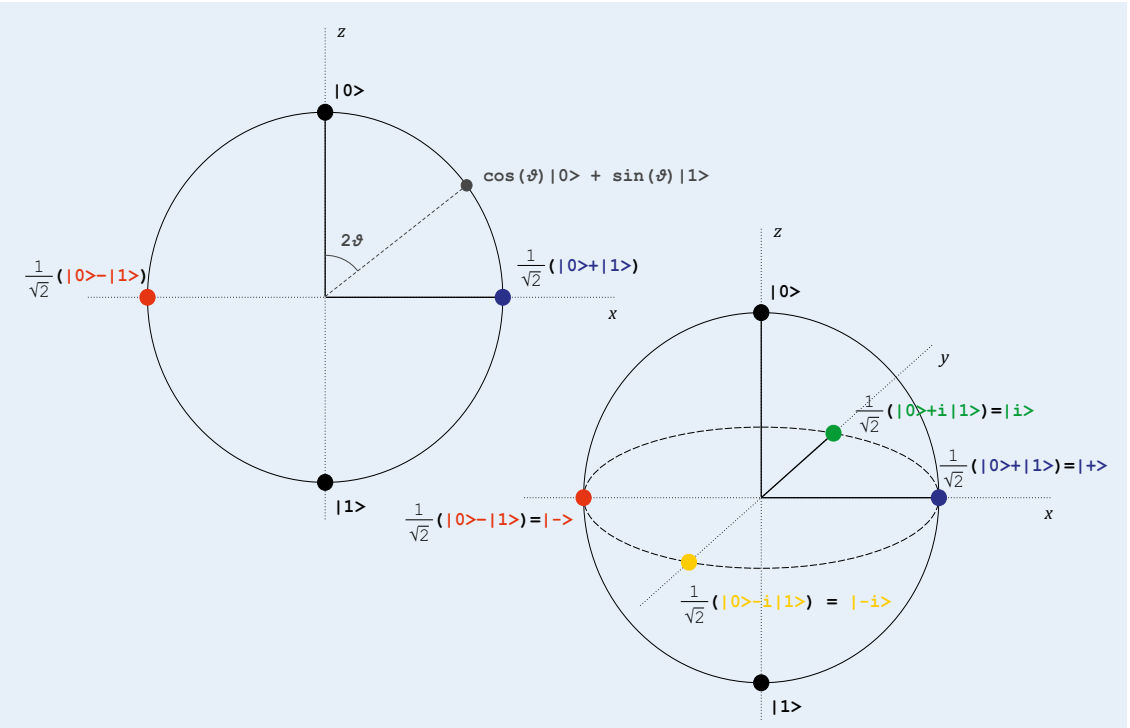
Obr. 1 Reprezentace superponovaného stavu s reálnými koeficienty dvoustavového systému na jednotkové kružnici – vlevo zavedení pomocí Pythagorovy věty, vpravo rozšíření na celou kružnici s vyznačením stejných stavů.

fotonu, protože jejich popis se liší jen „vynásobením mínus jedničkou".

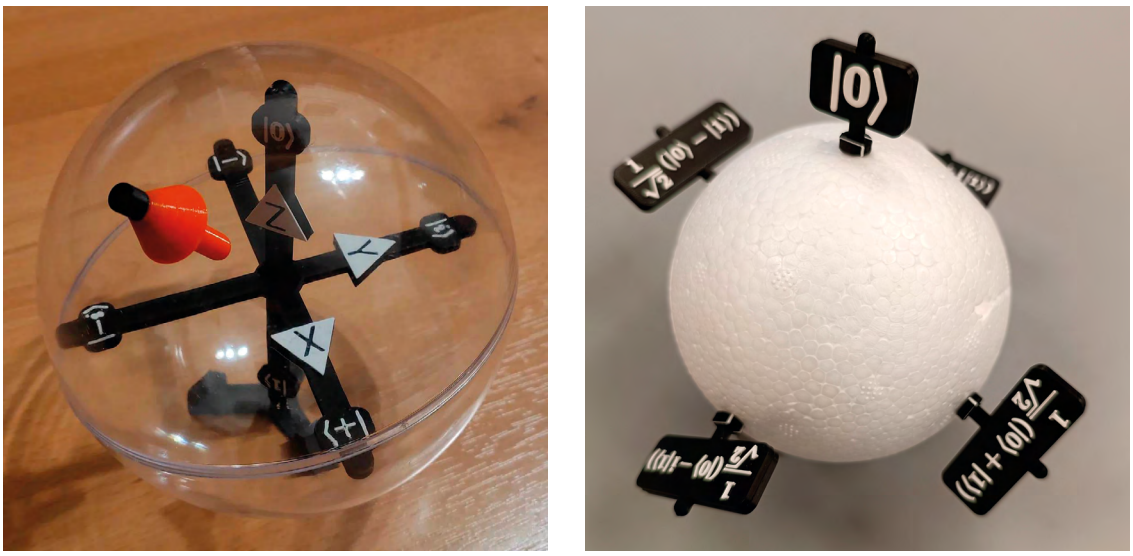
A zde se otevírá příhodná „skulinka", jak na středoškolské úrovni alespoň „naznačit", že reálná čísla nejsou dostatečná pro popis všech možných polarizací fotonu (předpokládáme, že foton může být polarizován stejně jako světlo), což potom lze zobecnit na popis stavu obecně. Reálné kombinace vodorovné a svislé polarizace nám umožňují vytvořit lineární polarizaci v libovolném směru. Fázový posun mezi vodorovnou a svislou složkou vlnění však nemusí být nulový nebo přesně půl periody, může být jakýkoli. Z optiky víme, že například při posunu o čtvrt či tři čtvrtiny periody dostaneme eliptickou polarizaci.[2] Takže pro úplný popis polarizace světla/fotonu potřebujeme zadat nejen velikosti obou složek (resp. nám zde stačí jejich poměr), ale také fázový posun mezi nimi. Ten lze zadat různými způsoby. Pokud již žáci probírali kmitání a vlnění, lze použít fázové posunutí ve smyslu „úhlu". Pokud jde o mladší žáky či žáky školy s malou dotací hodin fyziky, lze místo formálního zavedení fázového posunutí hovořit jen o tom, o jakou část periody jsou obě složky vůči sobě posunuté, a o zakreslení této části na kružnici, z čehož daný úhel přirozeně vyplyne. (Tato kružnice pak tvoří „rovník" Blochovy sféry, která je popsána níže.) Pro popis stavu tedy potřebujeme dva úhly – z úhlu ϑ odvodíme velikosti koeficientů v superpozici (1), druhý úhel, který označíme φ, udává fázové posunutí.

Vraťme se ke grafickému znázornění. Je zřejmé, že dříve uvedená půlkružnice nebude dostatečná, protože do ní nijak nezaznamenáváme informaci o fázovém posunu. Půlkružnici „roztáhneme" na kružnici tak, aby se stav $|1\rangle$ přesunul „proti" stavu $|0\rangle$. Úhel ϑ teď již nemá tak přímočarou interpretaci, protože úhel od svislého směru je jeho dvojnásobkem (viz obr. 2 vlevo).

2 Středoškoláci tuto znalost často nemají, takže je třeba nějaký čas věnovat skládání dvou kolmých kmitání, resp. vlnění. Protože není třeba toto téma matematizovat, ale jde jen o uchopení myšlenky, že toto skládání je možné a že výsledkem není lineární, ale nějaká složitější polarizace, není potřebný čas ani nijak velký.



Obr. 2 Vlevo je řez Blochovy sféry rovinou *xz*, což je kružnice, na kterou můžeme umístit všechny superponované stavy s reálnými koeficienty. Vpravo je naznačena celá Blochova sféra, včetně barevného kódování fázového posunu pro žáky, kteří neznají komplexní čísla, zkráceného zápisu význačných superponovaných stavů a konvenčního označení souřadnicových os.



Obr. 3 Modely Blochovy sféry. Vlevo – v průhledné plastové kouli jsou naznačeny jak osy, tak příslušné stavy (jen ve zkráceném značení), stav systému představuje barevná šipka, kterou lze pomocí magnetu přesouvat [12]. Vpravo – jednoduchá polystyrenová koule s vytištěnými „zapichovátky" [13], označující významné stavy systému; s těmito koulemi pracují žáci v malých skupinách.

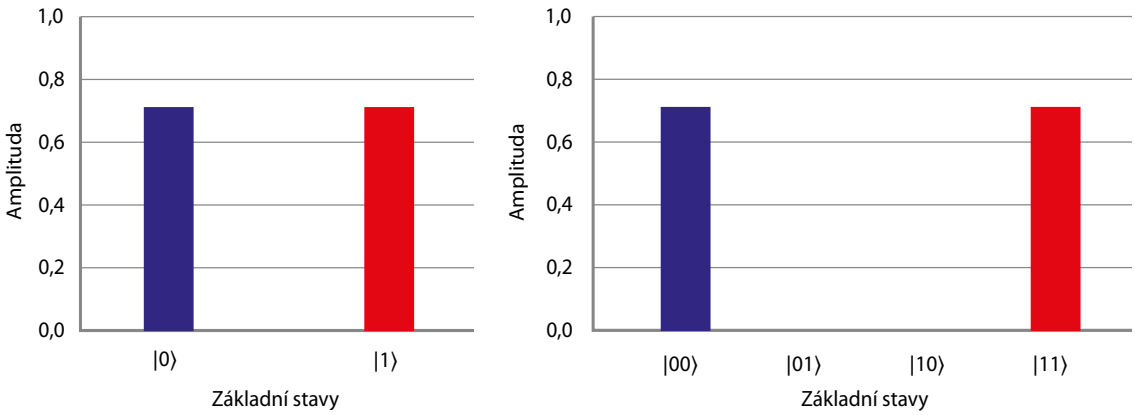
Na takto vzniklé kružnici naznačíme superponované stavy, kdy jsou stavy $|0\rangle$ a $|1\rangle$ ve fázi (modře) a v protifázi (červeně). A toto již vede celkem přímočaře k myšlence, že fáze by se dala zaznamenat na kružnici v rovině kolmé k obrázku (obr. 2 vpravo), čímž jsme dostali znázornění stavu na Blochově sféře. Zbývá jen doplnit konvenční pojmenování os x, y a z. Vše se nejlépe vysvětluje pomocí reálných modelů, které si mohou vzít žáci do ruky (obr. 3).

Poznámka: Blochova sféra je přirozenější pro spinové stavy elektronu, protože stav $|0\rangle$ obvykle značí stav s kladným průmětem spinu do osy z a stav $|1\rangle$ záporný průmět. Polohy těchto stavů na Blochově sféře tomu odpovídají. Stejně tak pojmenování os x a y je takové, aby stavy na těchto osách Blochovy sféry byly čistými stavy pro průmět spinu do dané osy s kladnou, resp. zápornou hodnotou.

Stavy, kde pravděpodobnost naměření $|0\rangle$ a $|1\rangle$ má stejnou velikost, se nacházejí v rovině xy (na „rovníku" Blochovy sféry). Pro tyto stavy lze místo komplexních čísel udávajících relativní fázi použít barevné kódování, kdy nulovou relativní fázi (obě skládaná vlnění jsou ve fázi) představuje modrá barva, posun o čtvrt periody zelená barva, protifázi červená a posun o tři čtvrtiny periody žlutá barva (viz obr. 2 vpravo). Barva se podél rovníku může měnit postupně, takže správnou barvou a jejím odstínem lze naznačit libovolnou relativní fázi. Zobecnění na stavy s různými pravděpodobnostmi naměření obou hodnot je potom již přímočaré. Pokud mají žáci k dispozici obrázek přiřazení fázového posunu a barvy, velmi rychle se v tom naučí orientovat.

Blochova sféra je velmi dobrá pro znázornění stavu jedné částice a vysvětlení pojmů jako relativní a globální fáze, nejednoznačnosti popisu apod. Případně pokud chceme diskutovat „měření i do jiné osy než z", resp. využívat jinou bázi než $|0\rangle$ a $|1\rangle$. Bohužel je však poměrně náročná na prostorovou představivost a také neumožňuje přirozené rozšíření na vícečásticové systémy. Tento nedostatek lze obejít tím, že velikost koeficientů v superponovaném stavu znázorníme pomocí výšky sloupečku (obr. 4) či velikosti „kuličky" (obr. 5) a fázi tohoto komplexního čísla pomocí jejich barvy. Oba způsoby umožňují jednoduché rozšíření pro systémy s více částicemi – superponujeme více čistých stavů, takže použijeme více sloupečků či kuliček.

Pokud máme popsaný stav různými způsoby, tak se hodí mít popsané různými způsoby i operátory (hrad-



Obr. 4 Znázornění superponovaného stavu pomocí sloupečků, výška ukazuje velikost příslušného koeficientu, barva fázi daného komplexního čísla. Vlevo je znázorněn stav $|+\rangle = 1/\sqrt{2}\,(|0\rangle - |1\rangle)$, vpravo dvoučásticový stav $1/\sqrt{2}(|00\rangle - |11\rangle)$ (jde o entanglovaný stav). Tímto způsobem znázorňuje stav např. IBM Composer [14], ve kterém je možné „skládat" jednoduché kvantové algoritmy.

la, gates). Vezměme si jako příklad operátor X (někdy také označovaný jako NOT), což je např. až na multiplikativní konstanty operátor průmětu spinu do osy X. Jeho běžná maticová reprezentace je

$$\mathrm{X} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Se středoškoláky začínám slovním popisem působení operátoru: „*Změní nulu na jedničku a jedničku na nulu.*“ Potom toto zapíšeme pomocí působení operátoru na čisté stavy

$$\mathrm{X}\,|0\rangle = |1\rangle, \qquad \mathrm{X}|1\rangle = |0\rangle.$$

Najdeme výsledek působení operátoru na obecný stav

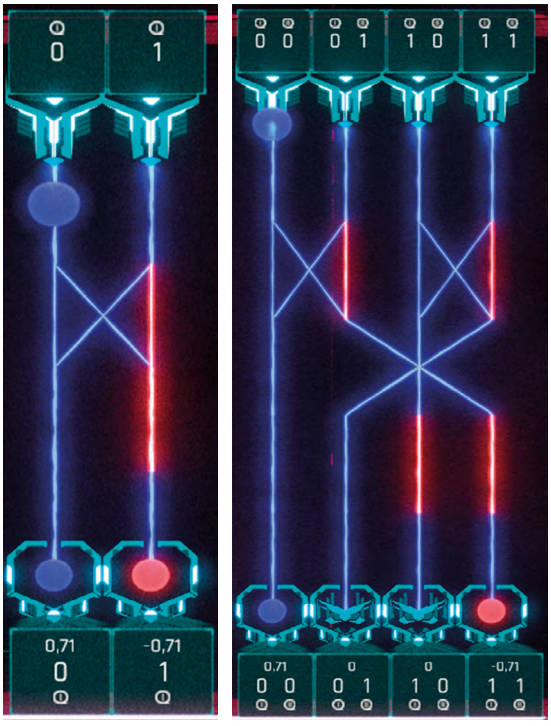
$$\mathrm{X}(a|0\rangle + b|1\rangle) = a|1\rangle + b|0\rangle = b|0\rangle + a|1\rangle.$$

Snadno odhalíme, že tento operátor prohazuje barevné sloupečky, resp. kuličky a zachová přitom jejich velikost i barvu v reprezentaci uvedené na obr. 4, resp. obr. 5. S trochou námahy lze odvodit to, že na Blochově sféře operátor X znamená rotaci kolem osy x o 180°.

U dalších operátorů potom již začínám od jiné reprezentace a odvozujeme ty ostatní. Obvykle následuje operátor Z, který zavedeme jako

$$\mathrm{Z}((a|0\rangle + b|1\rangle)) = (a|0\rangle - b|1\rangle).$$

A protože ve výsledku zjistíme, že na Blochově sféře jde o otočení stavu kolem osy z o 180°, tak je přirozené hledat operátor Y, který by otáčel stav o stejný úhel tentokrát kolem osy y. A podobně zavedeme všemi způsoby i Hadamardův operátor H, případně operátory S, T či obecnou rotaci (pokud je k další práci potřebujeme).



Obr. 5 Znázornění superponovaného stavu pomocí kuliček použité v prostředí Quantum Odyssey [15] je velmi podobné tomu na obr. 4. Stavy jsou znázorněny ve spodní části a jde o stejné dva stavy jako na obr 4. Na obrázcích je kromě znázornění stavu ponecháno i poněkud netradiční znázornění působení operátorů pomocí barevných křížících se a rozdělujících (či spojujících) se linií. V horní části obou obrázků je jednou modrou kuličkou znázorněn stav $|0\rangle$, resp. $|00\rangle$, na který postupně působí operátory H a Z (vlevo), resp. operátory H, CNOT a Z (vpravo).

Stejný přístup lze uplatnit i pro operátory, které pracují s více částicemi (vlastnostmi, qubity), jako jsou operátory C-NOT či SWAP.

Kvantové provázání

Promýšlením principu superpozice lze celkem snadno přijít na to, že v případě systémů s více částicemi musejí existovat i takové stavy, ve kterých nelze oddělit stavy jednotlivých částic. Pokud zůstaneme u částic, které mohou kombinovat dva stavy (tak jako v předchozí části), pak stav první částice lze obecně popsat jako $|q_1\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$ a stav druhé částice jako $|q_2\rangle = c|0\rangle + d|1\rangle$, kde a, b, c a d jsou vhodné koeficienty (čísla). Pro systém dvou částic můžeme psát (po roznásobení závorek využijeme zkrácený způsob zápisu stavu dvou částic)

$$|q_1\rangle|q_2\rangle = |q_1\,q_2\rangle = (a|0\rangle + b|1\rangle)\,(c|0\rangle + d|1\rangle) =$$
$$= ac|00\rangle + ad|01\rangle + bc|10\rangle + bd|11\rangle,$$

což vede k myšlence, že ve dvoučásticovém systému máme čtyři „základní“ stavy $|00\rangle$, $|01\rangle$, $|10\rangle$ a $|11\rangle$, které můžeme kombinovat = superponovat. Z principu superpozice tedy plyne, že musí existovat i stav $|00\rangle + |11\rangle$. Po chvíli rozmýšlení ale dospějeme k závěru, že neexistují čísla a, b, c a d (a to ani, i když vezmeme v úvahu i čísla komplexní), která by nám tento stav vytvořila. To znamená, že ho nemůžeme rozepsat jako kombinaci stavu první a druhé částice, které by na sobě byly nezávislé. Mluvíme o tzv. propletených/provázaných (entanglovaných) stavech.

Částice, jejichž stavy jsou propletené, mohu od sebe vzdálit i na dosti velké vzdálenosti (musí to být provedeno velmi opatrně, aby nedošlo k narušení jejich kvantového stavu). Pracujme i nadále s uvedeným stavem $|00\rangle + |11\rangle$ a představme si, že provedu měření stavu první částice (té, kterou píšeme vlevo). Ze zápisu je patrné, že výsledkem měření může být se stejnou pravděpodobností stav 0 i stav 1. Pokud bychom se místo první částice rozhodli zjistit stav druhé částice (píšeme ji vpravo), pak je situace obdobná – oba výsledky měření jsou možné se stejnou pravděpodobností.

Uvažujme nejprve, že jsme změřili první částici a výsledkem měření je stav 0. Po měření však musíme provést redukci popisu stavu systému, tj. „vyškrtnout“ všechny členy, které neodpovídají naměřenému výsledku. To znamená, že po našem měření je dvoučásticový systém popsán jako $|00\rangle$. Takže aniž bychom provedli měření na druhé částici, tak víme, že teď už bychom u ní s jistotou naměřili také stav 0. Úplně stejně dopadnou naše úvahy i pro druhý možný výsledek, nebo pokud bychom se rozhodli nejprve měřit na druhé částici. Změření stavu jedné částice nám zajistí stejný (korelovaný) výsledek měření i u částice, kde jsme měření neprovedli. Einstein to nazýval tzv. strašidelným působením na dálku (*spooky action at a distance*). Ve skutečnosti to ovšem neznamená, že by částice, kterou jsme proměřili, nějakým neznámým, a hlavně okamžitým způsobem poslala informaci o výsledku měření druhé částici. Korelovanost výsledků měření mají propletené částice zakódovanou ve svém stavu už ve chvíli, kdy je tento stav vytvořen, a „opatrné“ vzdálení částic od sebe to nezmění. Protože stejně jako superpozice, tak propletení stavů se v našem světě nijak nevyskytuje, nelze ani udělat dobře fungující analogii, která by nám pomohla tento čistě kvantový jev uchopit.

Pro úplnost dodejme, že propletených stavů je mnoho. Stejně jako výše uvedený v nich mohou být výsledky měření stavu obou částic stejné (korelované), či naopak opačné (antikorelované). Případně může být korelace jen částečná. Tyto stavy mají obrovské uplatnění v rychle se rozvíjejících kvantových technologiích.

Závěr

Tento i předchozí článek představují pouze zjednodušený náčrt základních pravidel, kterými se řídí kvantový svět. Nutně musí být nepřesný, protože – jak bylo napsáno výše – použití slov z našeho světa nám nemůže dát výstižný popis.

Not only is the Universe stranger than we think,
it is stranger than we can think.
Vesmír není jen podivnější, než si myslíme,
ale podivnější, než si vůbec dokážeme představit.
Werner Heisenberg

Zbývá ještě mnoho, o čem by se dalo psát. Mohli bychom zabrousit více k aplikacím a podívat se, jak z principu superpozice, interference stavů a propletení těží své výhody kvantové počítání, které se zároveň musí vypořádat se zapeklitostmi kvantového měření či omezením, jež přináší neklonovací teorém (*no-clonning theorem*). Nebo jak pravděpodobnostní charakter kvantové fyziky umožňuje vygenerovat zcela náhodný bezpečný klíč k šifrování, i když nemáme žádný zabezpečený kanál, a jak zároveň redukce stavu při měření zabezpečuje přenos klíče proti skrytému odposlechu (že je to možné i na středoškolské úrovni prokazuje obr. 6).

Další směr myšlenek, který nás může napadnout, je, že kvantová fyzika vlastně řídí chování všech těch mikroskopických částic, ze kterých se skládáme my i celý svět kolem nás. Je proto přirozené se ptát, kde a jak se tyto kvantové vlastnosti ztratí při zvětšování systémů a umožní nám popisovat náš svět tak, jak jsme zvyklí.

Quantum mechanics describes nature as absurd
from the point of view of common sense,
and yet it fully agrees with experiment.
So, I hope you can accept nature
as she is – absurd.
Teorie kvantové elektrodynamiky popisuje přírodu
způsobem, který je z hlediska zdravého rozumu
absurdní. A je zcela ve shodě s experimentem.
Proto doufám, že přijmete přírodu takovou,
jaká je – absurdní.
Richard Feynman

Pokud se podaří podobnou diskusí na jednoduché úrovni podnítit zájem o to, jak to vlastně v kvantovém světě funguje pořádně, mají studenti mnohem větší chuť ponořit se i do studia příslušných partií matematiky, protože v tom cítí příslib, že budou schopni o této oblasti fyziky přemýšlet a diskutovat mnohem hlouběji a podaří se jim všemu i lépe rozumět. Trochu to připomíná situaci, kdy učitel cizího jazyka kromě výuky slovíček a gramatiky do výuky zařazuje i zajímavosti ze zemí, kde se daným jazykem hovoří, a později i se studenty do dané země vycestuje. Tyto dva články tedy slouží jako jakýsi „prospekt k zájezdu do kvantového světa" a je mi ctí, když se tam studenti či učitelé se mnou opakovaně vydávají, protože jim tento zjednodušený popis nestačí a chtějí se dozvědět více.



Obr. 6 Středoškolští studenti v rámci workshopu o základech kvantových technologií „objevují" princip generování bezpečného šifrovacího klíče pomocí protokolu BB84 (využívají modulární stavebnici pro pokusy z vlnové a kvantové optiky O3Q [16], kterou si navíc dle dostupného návodu mohou učitelé sami vyrobit).

Literatura

[1] R. P. Feynman: *Neobyčejná teorie světla a látky*. Aurora, Praha 2001. Str. 17. ISBN: 80-7299-045-4.

[2] G. L. Causi: Explaining Quanta with Optical Illusions. *The Physics Teacher* **63**, 1 (2025).

[3] *The Dress*. Wikipedia. [cit. 18. 2. 2025]. Dostupné z https://en.wikipedia.org/wiki/The_dress (včetně zdroje obrázku)

[4] C. Hughes et al.: *Quantum computing for the quantum curious*. Springer Nature, 2021. ISBN 9783030616014.

[5] Opráski sčeskí historje. *Shrödignrovo biztro*. [cit. 18. 2. 2025]. Dostupné z https://www.facebook.com/historje/photos/a.576172972397095/4137621792918844/ (zdroj obrázku)

[6] C. Rovelli: *Helgoland: O vzniku a smyslu kvantové teorie*. Argo, Praha 2023. 978-80-7675-061-6.

[7] J. Legerská: *Double slit experiment with electrons* [aplet]. [cit. 18. 2. 2025]. Dostupné z https://fyzweb.cz/materialy/kvantovka/Double_slit_experiment.html

[8] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands: *Feynmanovy přednášky z fyziky s řešenými příklady, 1. díl*. Fragment, Praha 2005. Kapitola 37. ISBN: 80-7200-405-0.

[9] B. Coecke a A. Kissinger: *Picturing Quantum Processes. A First Course in Quantum Theory and Diagrammatic Reasoning*. Cambridge University Press, Cambridge 2017. ISBN 978-1107104228.

[10] M. Srba: Děti na základní škole chápou kvantové principy lépe než vysokoškoláci, tvrdí kvantový expert Bob Coecke. In *Magazín Experiment*. 2025. Rozhlasový rozhovor. [cit. 18. 2. 2025]. Dostupné z https://radiozurnal.rozhlas.cz/deti-na-zakladni-skole-chapou-kvantove-principy-lepe-nez-vysokoskolaci-tvrdi-9388451

[11] F. Hennig et al.: Introducing quantum physics concepts and Dirac notation at the secondary school level: Insights into student reasoning from an acceptance survey. *Phys. Rev. Phys. Educ. Res.* **20**, 020147 (2024).

[12] J. Koupil: *Bloch sphere (Qubit) model*. Modely pro 3D tisk. [cit. 18. 2. 2025]. Dostupné z https://www.printables.com/cs/model/743022-bloch-sphere-qubit-model

[13] J. Koupil: *Spherical coordinates and Bloch sphere axes labels (pins)*. Modely pro 3D tisk. [cit. 18. 2. 2025]. Dostupné z https://www.printables.com/cs/model/768685-spherical-coordinates-and-bloch-sphere-axes-labels

[14] *IBM Quantum Learning: Composer*. [cit. 18. 2. 2025]. Dostupné z https://quantum.ibm.com/composer/

[15] *Quantum Odyssey*. [cit. 18. 2. 2025]. Dostupné z https://www.quarksinteractive.com/quantum-odyssey

[16] O3Q: *Low-Cost Experimente zur Wellen- und Quantenoptik*. [cit. 18. 2. 2025]. https://o3q.de/